

# UN APPROCCIO RAZIONALE PER LA PREDIZIONE DELLA CAPACITÀ A TAGLIO DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO

**Marco Petrangeli<sup>1</sup>, Paola Rita Marcantonio<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria e Geotecnica, Università di Pescara

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria e Geotecnica, Università di Pescara

## SOMMARIO

L'articolo presenta un formula per la valutazione della capacità a taglio di elementi in calcestruzzo soggetti all'azione combinata di sforzo assiale, momento e taglio. L'approccio razionale che ha condotto a tale formulazione è alquanto semplice ed è basato sull'equilibrio delle componenti in gioco nel meccanismo di resistenza a taglio, ovvero il contributo fornito dal calcestruzzo e quello dell'armatura a taglio. La formulazione compatta che ne deriva permette di tener in conto di tutti i fattori maggiormente influenzanti la resistenza a taglio (incluso il size-effect) e mostra una buona accuratezza nei risultati come emerge dal confronto effettuato con le principali formule di normative quali ACI318-5, EC2 e Modelcode2010 e con i dati sperimentali disponibili in letteratura. La capacità di tale approccio di predire la resistenza a taglio sia di elementi armati a taglio che non, permette alla formula di essere applicata anche ad altri compositi cementizi di ultima generazione, come ad esempio i calcestruzzi fibrorinforzati.

## A RATIONAL APPROACH TO PREDICTION OF SHEAR CAPACITY OF RC BEAM-COLUMNS ELEMENTS

### SUMMARY

The paper presents a new predictive formula for the shear capacity evaluation of reinforced concrete members subjected to combined axial, bending and shear forces. The total shear resistance is decomposed into the contribution of concrete and contribution of shear reinforcement. In the formulation a number of simplifications are made to keep the formula as simple as possible but still sufficiently accurate. The resulting formulation, although capable of accounting for all the major variables that influence the shear strength including size effect, remains particularly simple and with a compact notation. The predictions of the proposed formula are compared with those used in the ACI318, EC2 and Model Code 2010 and its accuracy is checked against a vast experimental database available in literature. Results and comparisons are very encouraging and confirm the soundness of the underlying mechanical model. The capability of this model to provide a unified approach for reinforced and unreinforced members opens up the possibility to extend the application of the proposed formula to engineered cementitious composites, such as fiber-reinforced concrete.

### 1. 1. INTRODUZIONE

La modellazione della risposta a taglio di elementi in calcestruzzo, nonostante sia argomento di grande importanza per la progettazione e l'assessment delle strutture esistenti, è tutt'oggi argomento controverso ed al centro di dibattito nella comunità scientifica. Nonostante la grande mole di studi e ricerche, le differenti formule per la resistenza a taglio proposte dagli autori e da alcuni codici normativi forniscono spesso risultati considerevolmente differenti gli uni dagli altri.

Sebbene la progettazione e la verifica di strutture in calcestruzzo sia ampiamente trattata e consolidata negli ultimi decenni [11], non altrettanto si può dire per la progettazione e verifica a taglio degli stessi. Gli studi sulla meccanica della

frattura e le ricerche sperimentali condotte negli ultimi anni hanno sensibilmente approfondito gli aspetti legati alla progettazione e alla tecnologia del calcestruzzo, ma non sembra abbiano fornito un significativo miglioramento nella predizione della capacità a taglio degli elementi in calcestruzzo, né alla definizione di formule predittive consolidate.

Tale problema è ancor più sentito quando si interviene su strutture esistenti, o se ne valuta la sicurezza, in quanto le principali formule attualmente in uso, risultano troppo conservative e portano a soluzioni anti-economiche.

D'altra parte, la complessità del comportamento del calcestruzzo, non omogeneo, anisotropo, fragile, etc... rende

difficile anche la modellazione numerica. La maggior parte dei modelli numerici esistenti sono infatti da considerarsi come strumenti di ricerca più che di progettazione, in quanto difficili da utilizzare e molto sensibili alla scelta del modello e di altri parametri meccanici. Negli ultimi decenni, risultati promettenti sono stati ottenuti con alcuni modelli mono-dimensionali [6] [7] e con alcuni modelli 2D e 3D [9] [10], che riescono con maggior accuratezza di altri a cogliere il comportamento degli elementi in calcestruzzo sotto l'azione combinata di sforzo assiale, momento e taglio. Tuttavia la modellazione resta oggi non completamente consolidata.

## 1. LE FORMULE ESISTENTI

In letteratura, nonché nei principali codici normativi, la resistenza a taglio di elementi in calcestruzzo è generalmente data dalla somma di due contributi, quello del calcestruzzo e quello dell'armatura a taglio. Nonostante questo approccio condiviso, i risultati ottenuti differiscono a volte notevolmente.

In questo articolo sono analizzate solo le formule dei più importanti codici e guide linea oggi utilizzate.

Nel nuovo **MODEL CODE 2010** [4] [5] la capacità a taglio ( $V_{Rd}$ ) è fornita come somma del contributo del calcestruzzo ( $V_{Rd,c}$ ) e dell'armatura a taglio ( $V_{Rd,s}$ ).

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (1)$$

con

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (1a)$$

Dove  $A_{sw}$  è l'area dell'armatura trasversale a taglio,  $z$  è la distanza delle forze interne,  $s$  è il passo dell'armatura a taglio e  $f_{ywd}$  la resistenza di calcolo dell'armatura,  $\theta$  è l'inclinazione della risultante delle forze di compressione e  $\alpha$  è l'inclinazione dell'armatura a taglio rispetto all'asse dell'elemento.

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z \cdot b_w \quad (1b)$$

Dove  $f_{ck}$  è la resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo (il valore di  $\sqrt{f_{ck}}$  non deve superare gli 8.0MPa),  $b_w$  è la larghezza della sezione,  $\gamma_c$  è il coefficiente di sicurezza del materiale e  $b_w$  è la larghezza della sezione.

Il **MODEL CODE 2010** definisce tre livelli di analisi, funzione della complessità del metodo di calcolo dei fattori definiti nei contributi del calcestruzzo e dell'armatura. Il livello III, il più accurato, i due contributi sono calcolati in funzione della deformazione longitudinale media dell'elemento  $\varepsilon_x$ , così definita:

$$\varepsilon_x = \frac{M_{Ed} / z + V_{Ed} + 0.5 N_{Ed} d - A_p f_{p0}}{2(E_s A_s + E_p A_p)} \quad (1c)$$

Dove  $M_{Ed}$ ,  $V_{Ed}$  e  $N_{Ed}$  sono le sollecitazioni di momento taglio e sforzo assiale agenti nella sezione,  $A_s$  e  $A_p$  sono le aree dell'armatura dolce e di precompressione,  $f_{p0}$  è la tensione dell'armatura di precompressione,  $E_s$  e  $E_p$  sono i moduli elastici dell'armatura dolce e di precompressione.

L'angolo  $\theta$  è anch'esso funzione della deformazione

media dell'elemento, in quanto:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \varepsilon_x \quad (1d)$$

Nell'ultima versione dell' **Eurocodice2** [1], a differenza della precedente [2], il contributo dovuto al calcestruzzo e quello dovuto alle armature a taglio non vengono sommati per la definizione della resistenza a taglio. I due contributi sono utilizzati in alternativa a seconda se l'elemento sia senza o con armatura a taglio, ovvero:

- In elementi dove non è richiesta armatura a taglio la resistenza a taglio è definita dal solo contributo del calcestruzzo nel seguente modo

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (2a)$$

- in elementi dove è richiesta armatura a taglio la resistenza a taglio è definita dal solo contributo delle armature (staffe...) nel seguente modo

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (2b)$$

Dove i parametri sono gli stessi definiti per il **MODEL CODE 2010**. Sia per la (2a) che per la (2b), quando l'elemento è caratterizzato da bassi valori di Aspect Ratio,  $0.5 < \alpha_R < 2.0$  le formule sono incrementate di un coefficiente  $b = a/2d$ .

Nella normativa americana ACI318-5 (American Concrete Institute 2005) [3], la resistenza nominale di elementi in calcestruzzo armato è fornita dalla somma del contributo del calcestruzzo e dell'armatura, così definiti:

$$V_n = V_c + V_s \quad (3a)$$

Per elementi soggetti solo a sforzi di taglio e momento, il contributo del calcestruzzo ( $V_c$ ) può essere calcolato da una delle seguenti espressioni:

$$V_c = 0.167 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (3b)$$

$$V_c = \left[ \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} + 17 \rho \frac{V_u d}{M_u} \right] b_w d \leq 0.29 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (3c)$$

Dove  $M_u$  e  $V_u$  sono le sollecitazioni di calcolo di momento e taglio agenti nell'elemento,  $\rho = A_s / b_w d$  è la quantità di armatura longitudinale espressa in percentuale,  $b_w$  è la larghezza della sezione e  $f'_c$  è la resistenza cilindrica del calcestruzzo.

Il contributo dovuto all'armatura a taglio ( $V_s$ ) è calcolato come segue:

$$V_s = \frac{A_{sw} f_y d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s} \leq 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (3d)$$

dove  $A_{sw}$  è l'area dell'armatura trasversale (in  $\text{mm}^2$ ),  $s$  è il passo (in mm),  $f_y$  è la resistenza a svernamento (in MPa) e  $\alpha$  è l'angolo che l'armatura a taglio forma con l'asse longitudinale dell'elemento.

## 2. LA FORMULA PROPOSTA

La formula proposta si basa su un modello meccanico semplificato di elementi in calcestruzzo soggetti all'azione combinata di sforzo assiale, momento e taglio. Il modello, e pertanto la formula, si basa sulle seguenti ipotesi:

- Il contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio è composto da due ulteriori componenti: una resistenza coesiva di tipo mode-I ( $V_{ct}$ ) e una frizionale di tipo mode-II ( $V_{cc}$ ) portata dalla parte di sezione compressa;
- L'effetto di confinamento fornito dall'armatura trasversale e il suo relativo contributo alla resistenza a taglio agisce solo dopo che il calcestruzzo comincia a danneggiarsi (sviluppo della fessura diagonale). Per questo motivo, tale contributo non è da sommare al contributo di tipo mode-I del calcestruzzo ( $V_{ct}$ );
- Un elemento in calcestruzzo, soggetto ad una storia di carico, sfrutta inizialmente la resistenza coesiva di tipo mode-I fino allo svilupparsi della fessurazione, per poi quindi usufruire del contributo dato dall'armatura trasversale che va ad aggiungersi alla resistenza frizionale di tipo mode-II del calcestruzzo che è portata dalla parte di sezione compressa

Con riferimento alla figura seguente, le singole componenti definite nella formula verranno di seguito analizzate.

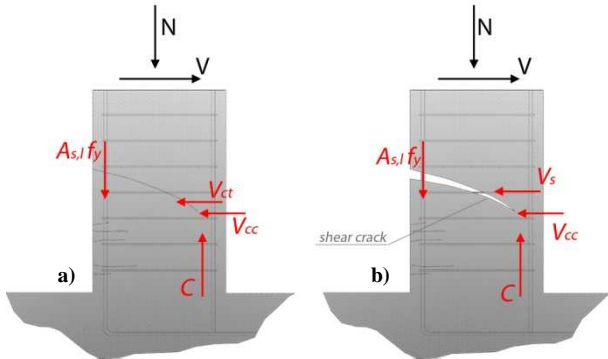


Figura 1 – Schematizzazione del modello meccanico per a) elementi non fessurati e b) elementi fessurati

### 2.1 Contributo di tipo mode-I del calcestruzzo

Il contributo di tipo mode-I del calcestruzzo è legato alla sua resistenza a trazione (coesivo). Tale componente decresce allo svilupparsi della fessurazione nell'elemento dovuta all'azione del momento. In elementi molto snelli, pertanto tale componente è pressoché trascurabile, mentre può fornire un rilevante contributo alla resistenza globale a taglio in elementi tozzi.

$$V_{ct} = \frac{f_{ct} \cdot A_{ct}}{\alpha_R} \quad (4)$$

dove  $f_{ct}$  è la resistenza a trazione del calcestruzzo,  $A_{ct}$  è la porzione di sezione tesa  $\alpha_R$  è l'Aspect Ratio (luce di taglio / altezza effettiva) della sezione.

Considerando che la resistenza a trazione del calcestruzzo è circa il 10% della resistenza a trazione dello stesso, la (4) può anche essere scritta come:

$$V_{ct} = \frac{0.1 \cdot f_{cc} \cdot A_{ct}}{\alpha_R} \quad (5)$$

### 2.1 Contributo di tipo mode-II del calcestruzzo

Il contributo di tipo mode-II del calcestruzzo è legato alla sua resistenza a compressione (frizionale). Tale componente, portata dalla parte di sezione compressa, fornisce un contributo anche dopo la fessurazione dell'elemento e va ad aggiungersi al contributo passivo dato dall'armatura trasversale. Quest'ultima infatti incrementa, grazie all'azione di confinamento, la resistenza a compressione del calcestruzzo stesso.

Partendo dal dominio di rottura di elementi in calcestruzzo soggetti all'azione combinata di compressione e taglio mostrato in fig. 2 [12], si è definita la seguente interpolazione lineare, assumendo che il contributo del calcestruzzo di tipo mode-I sia approssimativamente il 10% della resistenza a compressione.

$$\tau_{max} = 0.10 f_c + 0.10 \sigma_c \quad (6)$$

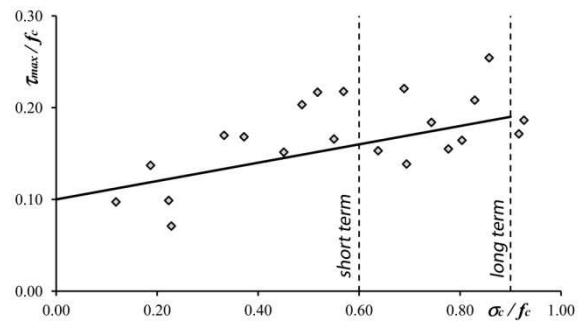


Figura 2 – Dominio di rottura compressione/taglio (Goode e Helmy 1967)

In termini di forze, moltiplicando i termini a sinistra e a destra dell'equazione per l'area della sezione compressa ( $A_{cc}$ ), la (6) è scritta come:

$$V_{cc} = 0.10 \cdot f_c \cdot A_{cc} + 0.10 \cdot C \quad (7)$$

La risultante delle forze di compressione della sezione ( $C$ ) è definita come somma del contributo dato dalle forze assiali esterne e della componente di compressione che si sviluppa internamente per controbilanciare l'azione di trazione che si sviluppa nelle armature longitudinali ( $T_s$ ).

$$C = N + |T_s| \quad (8)$$

$T_s$  è assunto come:

$$T_s = A_{s,l} \cdot f_y \cdot \psi_s \quad (9)$$

Dove  $A_{s,l}$  è l'area dell'armatura longitudinale tesa,  $f_y$  è la resistenza a snervamento dell'armatura e  $\psi_s$  è un coefficiente di riduzione per tener conto di rotture in cui la barra non ha atteso la resistenza a snervamento ( $0 \leq \psi_s \leq 1$ ).

La definizione di tale coefficiente richiederebbe un procedimento iterativo, in quanto momento e taglio sono azioni combinate.

Nella formula proposta si assume che  $\psi_s = 1$ ; tale semplificazione è basata sul fatto che nella maggior parte dei casi, al momento della rottura a taglio dell'elemento, le barre longitudinali sono soggette a sforzi molto vicini alla resistenza a snervamento dell'acciaio. Anche nei casi in cui le barre non arrivino ai valori di snervamento (elementi tozzi molto armati), il loro contributo alla resistenza a taglio rimane significativo attraverso il contributo indiretto noto come dowel-effect.

Sostituendo la (9) nella (8) e ancora nella (7) si ottiene:

$$V_{cc} = 0.10 \cdot f_c \cdot A_{cc} + 0.10 \cdot (N + A_{s,l} \cdot f_y \cdot \psi_s) \quad (10)$$

Un'altra semplificazione è fatta per la definizione dell'area della parte compressa della sezione:

$$A_{cc} = \frac{b \cdot z}{2 \cdot \alpha_R} \quad (11a)$$

dove  $b$  è la larghezza della sezione e  $\alpha_R$  è l'Aspect Ratio (luce di taglio / altezza effettiva) della sezione.

Nel calcolo di  $A_{cc}$  si tiene conto, mediante il fattore moltiplicativo  $\eta$  dell'effetto del size-effect, la cui definizione si basa sulla formula di Bažant [13] [14].

$$\eta = (1 - \phi) + \lambda \cdot \phi \cdot \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)^{-1/2} \quad (11b)$$

Dove  $d$  è l'altezza utile della sezione,  $d_0 = 300\text{mm}$  (altezza di riferimento),  $\lambda$  è una costante pari a 1.65 (ricavata dai dati sperimentali) e  $\phi$  è una funzione definita come segue:

$$\phi = 1 - e^{-\alpha_R/1.5} \quad (11c)$$

dove  $\alpha_R$  è l'Aspect Ratio (luce di taglio / altezza effettiva) della sezione.

Sulla base di molte ricerche [15] [9], gli effetti di size-effect sono molto più influenti sulla resistenza di tipo mode-I (coesiva) del calcestruzzo che su quella di tipo mode-II (frizionale).

## 2.2 Contributo dell'armatura trasversale

Il contributo dovuto all'armatura a taglio, è stato basato sul meccanismo a traliccio, così come in altre formulazioni:

$$V_s = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (12)$$

## 2.3 Resistenza a taglio proposta

Pertanto sommando i differenti contributi su-descritti, la resistenza totale a taglio per elementi non fessurati è data:

$$V_{uncracked} = V_{cc} + V_{ct} = 0.10 \cdot f_c \cdot \left(A_{cc} + \frac{A_{ct}}{\alpha_R}\right) + 0.10 \cdot (N + A_{s,l} \cdot f_y)$$

La resistenza totale a taglio per elementi fessurati è data:

$$V_{cracked} = V_s + V_{ct} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta + 0.10 \cdot (N + A_{s,l} \cdot f_y)$$

## 3. VALIDAZIONE DELLA FORMULA PROPOSTA

La formula proposta è confrontata con numerosi dati sperimentali [16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] di elementi con e senza armatura a taglio e con le formule dell'EC2 [1], MC2010 [4] [5] e ACI318-5 [3], al variare dei principali parametri che influenzano la resistenza a taglio, ovvero Aspect-Ratio ( $\alpha_R$ ), altezza della sezione ( $d$ ), la resistenza a compressione del calcestruzzo ( $f_c$ ), la quantità di armatura longitudinale ( $\rho_l$ ) e trasversale ( $\rho_t$ ).

Il confronto è effettuato mantenendo solo uno dei precedenti fattori variabile, impostando gli altri e facendo riferimento sempre ad una sezione rettangolare, con un solo layout di armatura longitudinale tesa (configurazione che rappresenta la quasi totalità dei provini sperimentali).

### 3.1 Elementi non rinforzati a taglio

Il primo parametro investigato è l'Aspect Ratio  $\alpha_R$ . La formula proposta mostra risultati molto accurati rispetto alle altre formulazioni, a dimostrazione che tale parametro è fondamentale e il tenerne conto necessario.

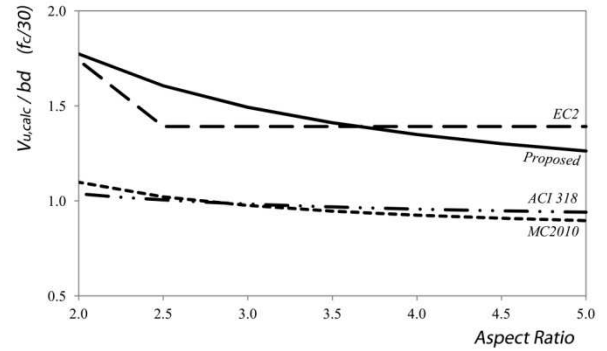
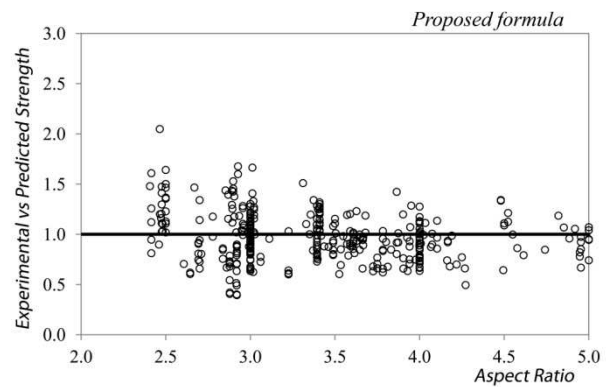


Figura 3 – Resistenza a taglio al variare dell'Aspect Ratio ( $\alpha_R$ ) ( $b=220\text{mm}$ ;  $d=360\text{mm}$ ;  $f_c=40\text{MPa}$ ;  $\rho_t=2.5\%$ )



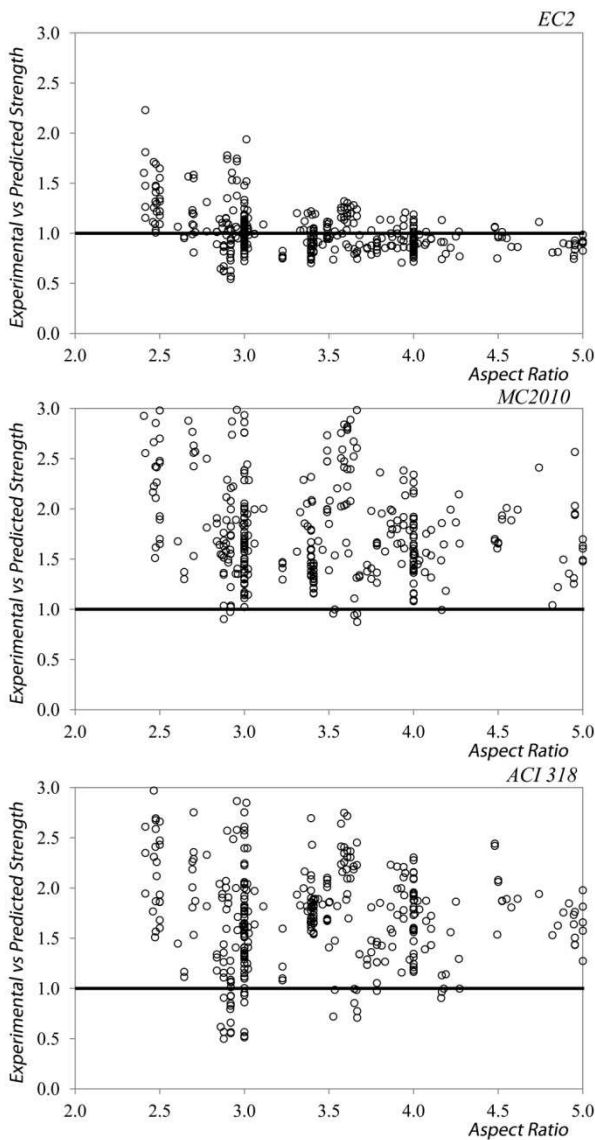


Figura 3 a,b,c,d – Dati sperimentali vs valori forniti dalle formule al variare dell'Aspect Ratio ( $\alpha_R$ )

Il secondo parametro investigato è la qualità del calcestruzzo  $f_c$ . Tutte e quattro le formule definiscono in maniera accurata l'effetto della resistenza a compressione del calcestruzzo sulla resistenza a taglio, tuttavia le migliori corrispondenza sono ottenute dalla formula proposta e da quella dell'Eurocodice2.

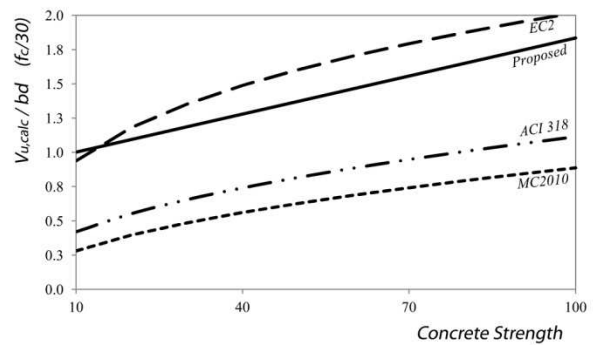
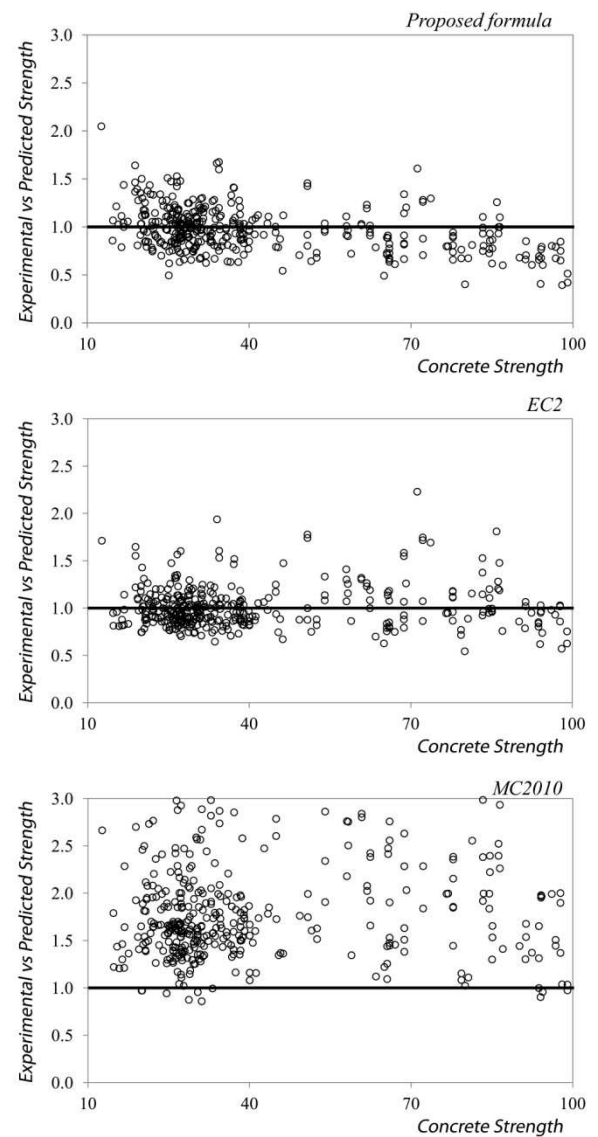


Figura 4 – Resistenza a taglio al variare della resistenza a compressione del calcestruzzo ( $f_c$ )- ( $b=220\text{mm}$ ;  $d=4000\text{mm}$ ;  $\alpha_R=2.2$ ;  $\rho_l=2.5\%$ )



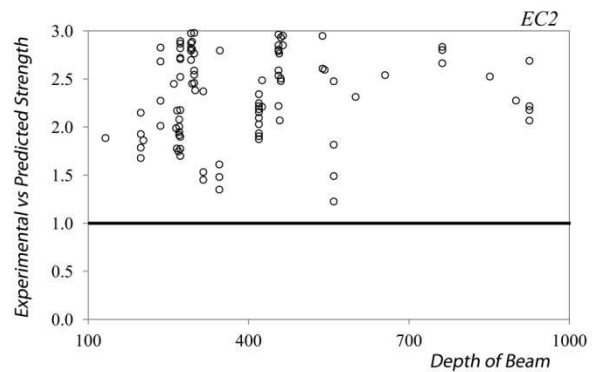
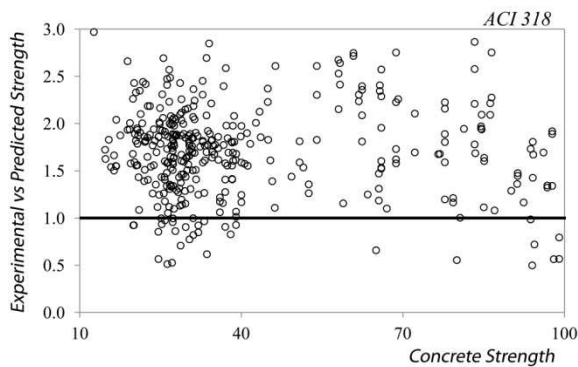


Figura 5 a,b,c,d – Dati sperimentali vs valori forniti dalle formule al variare della resistenza a compressione del calcestruzzo ( $f_c$ )

Il terzo parametro investigato è la quantità di armatura longitudinale  $p_l$ . All'aumentare di tale quantità, nella formula si ha un incremento significativo della resistenza a taglio, essendo tali grandezze linearmente dipendenti. Anche per i casi in cui la rottura è avvenuta prima che l'armatura longitudinale sia effettivamente snervata, il contributo così calcolato fornisce risultati attendibili in quanto legati al dowel-effect.

### 3.2 Elementi rinforzati a taglio

Il primo parametro investigato è l'altezza utile della sezione  $d$ . E' da sottolineare che tra tutte e quattro le formule, solo quella proposta e quella dell'EC2 tengono conto dell'influenza del size-effect. Tuttavia l'EC2, considerandolo solo nel contributo dovuto al calcestruzzo, lo esclude come parametro di calcolo nella resistenza di elementi armati a taglio che è affidata al solo contributo dell'armatura.

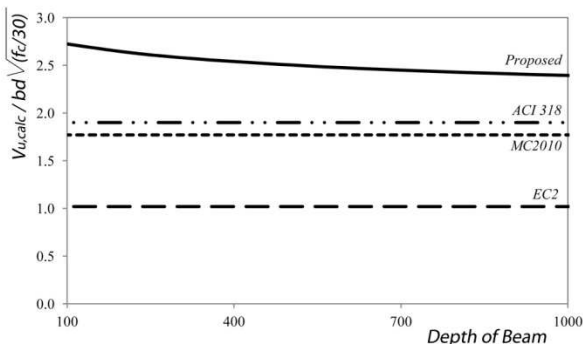
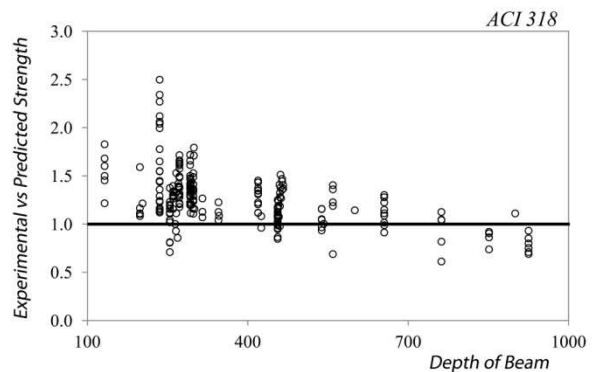
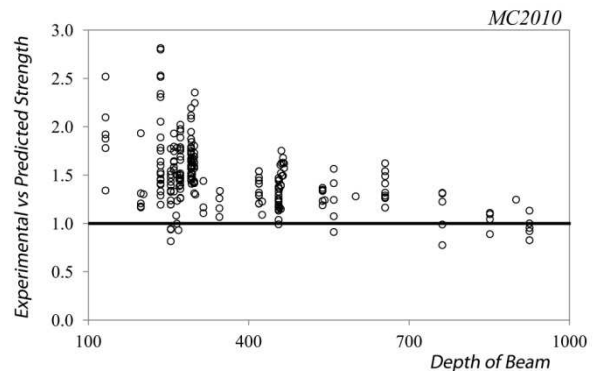


Figura 7 – Resistenza a taglio al variare dell'altezza utile della sezione ( $d$ ) - ( $b=220\text{mm}$ ;  $\alpha_R=2.5$ ;  $\rho_l = 2.0\%$ ;  $\rho_t = 0.25\%$ )

Figura 8 a,b,c,d – Dati sperimentali vs valori forniti dalle formule al variare dell'altezza utile della sezione ( $d$ )

Il secondo parametro investigato è la quantità di armatura trasversale  $p_t$ . Tutte le formule mostrano risultati molto simili.

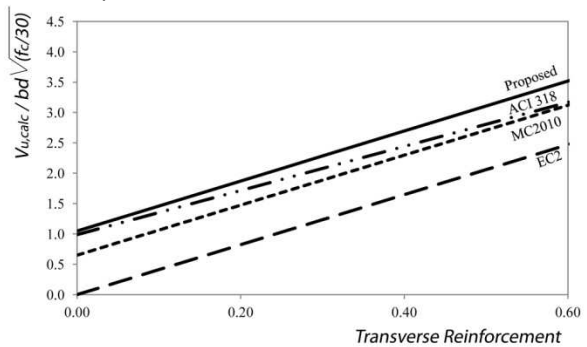
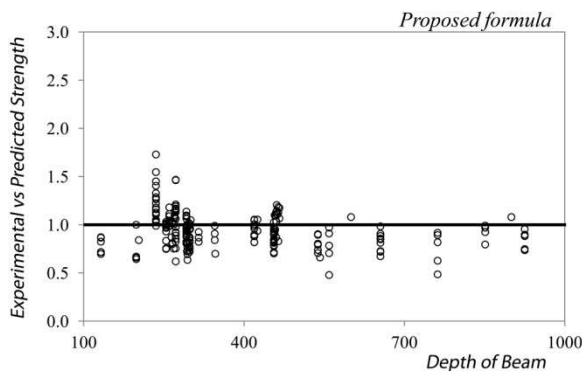


Figura 9 – Resistenza a taglio al variare della quantità di armatura trasversale ( $p_t$ ) - ( $b=220\text{mm}$ ;  $d=360\text{mm}$ ;  $f_c = 40\text{ MPa}$   $\alpha_R=2.8$ ;  $\rho_l = 2.2\%$ )

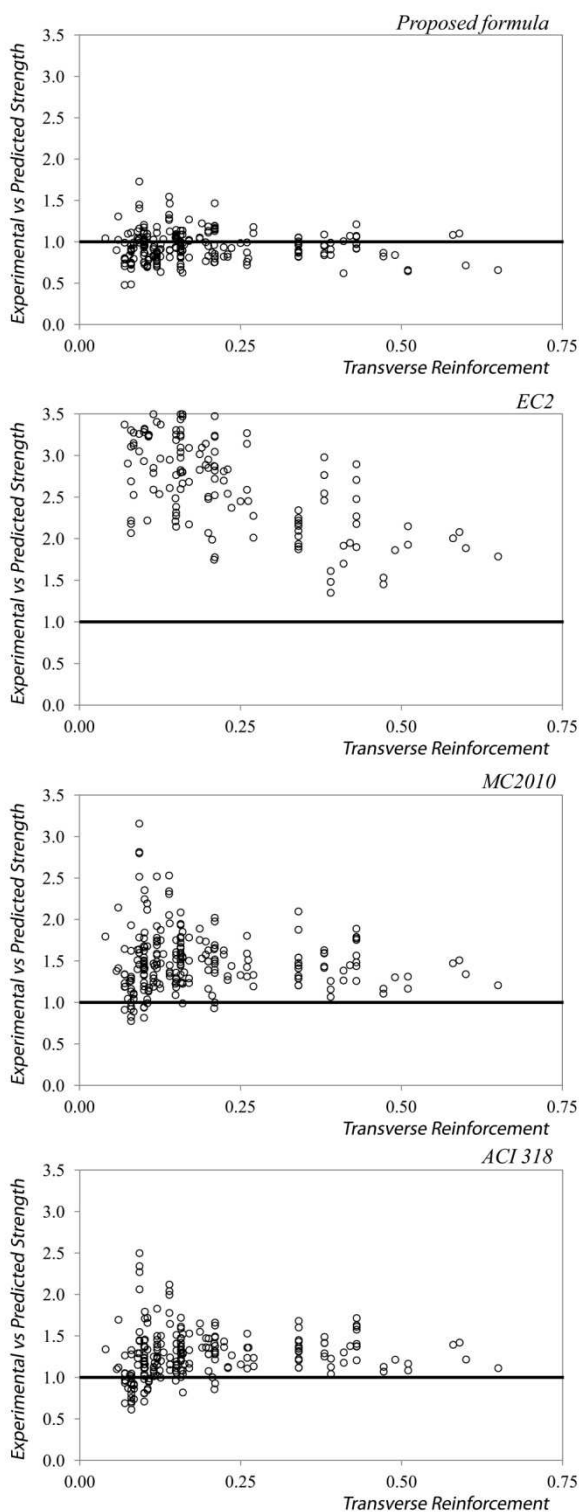


Figura 10 a,b,c,d – Dati sperimentali vs valori forniti dalle formule al variare della quantità di armatura trasversale ( $\rho_t$ )

#### 4. CONCLUSIONI

In questo articolo è stata presentata una formula predittiva basata su un approccio razionale semplificato che tuttavia

tiene conto di tutte le grandezze che influenzano maggiormente i meccanismi di resistenza a taglio di elementi in calcestruzzo con e senza armatura a taglio.

La novità rispetto alle altre formule di letteratura, è il modo in cui viene definito il contributo fornito dal calcestruzzo, ulteriormente suddiviso in due componenti: la componente di tipo mode-I (coesiva) entra in gioco fintanto che l'elemento strutturale non si fessura, la componente di tipo mode-II (frizionale) contribuisce alla resistenza a taglio anche dopo la fessurazione dell'elemento e va ad aggiungersi al contributo fornito dalla presenza dell'armatura a taglio.

Quest'ultima in particolare è la caratteristica fondamentale della formula proposta, in quanto coglie il reale comportamento delle strutture, così come mostrato dalle numerose simulazioni numeriche di questi elementi.

Sebbene vi siano alcune semplificazioni, per le quali si richiedono ulteriori approfondimenti di ricerca per un affinamento di alcuni dei coefficienti utilizzati, dal confronto con i numerosi dati sperimentali emerge che la formula fornisce risultati affidabili sia per elementi non armati che armati a taglio, e che tali risultati sembrano essere sostanzialmente migliori di quelli ottenuti con le formule attualmente proposte dai codici vigenti. Questo miglioramento è inoltre ottenuto con una formulazione molto compatta e particolarmente semplice che scaturisce da un modello meccanico chiaro basato su di una fenomenologia della fessurazione a taglio che trova riscontro diretto con l'effettivo sviluppo di tale meccanismo negli elementi in cemento armato e cemento armato precompresso.

Una approfondita campagna di verifica e confronto per elementi in precompresso è attualmente in corso sebbene per tali elementi non esista un database così esteso come per quelli in cemento armato.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] UNI EN 1992-1-1:2007 Eurocode 2. Design of concrete structures. Part 1-1: General Rules for buildings.
- [2] UNI EN 1992-1-1:2003 Eurocode 2. Design of concrete structures. Part 1-1: General Rules for buildings.
- [3] ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (Revised 2005), American Concrete Institute, Detroit 2005.
- [4] fib Bulletin 55: Model Code 2010 – First complete draft, Volume 1.
- [5] fib Bulletin 56: Model Code 2010 – First complete draft, Volume 2.
- [6] Petrangeli, M., Pinto, P.E. and Ciampi, V. (1999a). A Fibre Element for cyclic bending and shear. I: Theory, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(9), 994-1001.
- [7] Petrangeli, M., Pinto, P.E. and Ciampi, V. (1999b). A Fibre Element for cyclic bending and shear. II: Verification, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(9), 1002-1009.
- [8] Ožbolt, J. (1995). Size Effect and Ductility of Concrete and Reinforced Concrete Structures, Habilitation, University of Stuttgart, Germany (in German).
- [9] Ožbolt, J., Li, Y. and Kožar, I. (2001). Microplane model for concrete with relaxed kinematic constraint, Int. J. Solids Struct., 38(16), 2683–2711.
- [10] Ožbolt, J. and Reinhardt, H. W. (2002). Numerical study of mixed mode fracture in concrete, International Journal of Fracture, 118, 145-161.

- [11] Leonhardt, F. and Mönning, E (1984). Lectures on massive construction. Third part: Bases for reinforcing in the reinforced concrete construction, Springer publishing house Berlin, ISBN 3-540-08121-6.
- [12] Goode. C.D., Helmy, M.A. (1967). The strength on concrete under combined shear and direct stress, *Mag. Concrete Res.*, 19(59), 105-112.
- [13] Bažant, Z. P., and Yu, Q. (2005a). "Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: I. formulation." *J. Struct. Eng.*, 10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:12 (1877), 1886–1897
- [14] Bažant, Z. P., and Yu, Q. (2005b). "Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: II. Verification and calibration." *J. Struct. Eng.*, 10.1061/(ASCE)0733-9445(2005) 131:12(1877), 1877–1885.
- [15] Bažant, Z. P. (1984) "Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal." *J. Eng. Mech.*, 10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:4(518), 518–535.
- [16] Reineck, K.-H., Kuchma, D.A., Kim, K.S., and Marx, S., "Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement," *ACI Structural Journal*, 100, 240-249 (2003).
- [17] Reineck, K.H, Kuchma, D.A and Fitik, B. (2010). Extended databases with shear tests on structural concrete beams without and with stirrups for the assessment of shear design procedures, Research Report of Institute for Lightweight Structures Conceptual and Structural Design (ILEK), University of Stuttgart & University of Illinois.
- [18] Sarsam, K. F., and Al-Musawi, J. M. S. (1992). "Shear design of high-and normal-strength concrete beams with web reinforcement." *ACI Struct. J.*, 89(6), 658–664.
- [19] Shah, A., and Ahmad, S. (2007). "An experimental investigation into shear capacity of high strength concrete beams." *Asian J. Civil Eng. (Building and Housing)*, 8(5), 549–562.
- [20] Hallgren, M. (1994). "Shear Tests on Reinforced High and Normal Strength concrete beams without stirrups". Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- [21] Bahl, N. S. (1968) On the effect of beam depth to shear strength of simply supported reinforced concrete beams with and without shear reinforcement). PhD thesis, University of Stuttgart, Germany.
- [22] Cossio, R. D. D., Siess, C. P. (1960). "Behaviour and shear of beams and frames without web reinforcement". *Proc ACI J.*, 56(9): 695–735