

## Analisi di spinta basata su un approccio energetico

T. Albanesi, S. Biondi, M. Petrangeli

*Dipartimento di Progettazione, Riabilitazione e Controllo delle Strutture Architettoniche, Università degli Studi "G. D'Annunzio" di Chieti, Pescara, Italy*

Negli ultimi anni, nell'analisi sismica delle strutture, ha assunto particolare rilievo la cosiddetta analisi di spinta (Push-Over Analysis). Tale procedura si basa su profili di sollecitazione (forza, spostamento) assegnati alla struttura e mantenuti inalterati anche per notevoli escursioni plastiche. Il metodo ha avuto origine da sistemi ad un grado di libertà per poi estendersi a quelli a più gradi di libertà; attualmente è stato anche introdotto in codici di pratica. Il metodo sconta delle limitazioni connesse con la definizione a priori del profilo di sollecitazione e, conseguentemente, con il criterio di riduzione del sistema complesso a quello ad un grado di libertà. Sulla scorta di un originale approccio che utilizza un criterio di equivalenza energetica si propone una formulazione coerente per le tradizionali procedure con analisi di spinta ed una nuova tecnica di spinta energetica. Quest'ultima può essere eseguita con analisi sia dinamica che quasi statica a controllo di spostamento. In tale caso l'analisi e la determinazione dello stato della struttura si basano su una formula ricorsiva che modifica il profilo di spostamenti imposto in base alle proprietà inerziali correnti ed alla risposta non lineare della struttura.

In the last years, Push-Over Analysis has gained a great importance in seismic analysis of structures. This procedure is based on an a-priori structural state profile (interstorey shear or displacement), this distribution profile is assumed as constant all over the post-elastic history. The push-over method was defined for single degree of freedom systems; then it was applied to multy degree of freedom systems too. Actually it is also used in Code of practice. A critical review of pushover analysis and capacity spectrum method is presented; numerical examples carried out on two different frames, using a state-of-the-art fiber finite element model, are discussed. Different approach results, based on pushover analysis, are compared with response spectrum and direct integration analyses ones. Using an energy balance, a consistent formulation for these procedures is proposed and a tentative approach to an energy based pushover is pointed out. New model can be performed both with a dynamic analysis and with a displacement controlled, quasi static procedure. The latter procedure is based on recursive formulas that modify the imposed displacement profile. This upgrade is based on actual inertial properties and structural non-linear response.

### 1 INTRODUZIONE

Negli ultimi anni l'analisi di spinta (Push-Over Analysis, POA) ed il metodo dello spettro di capacità (Capacity Spectrum Method, CSM) sono divenuti molto popolari tra i ricercatori nel campo dell'ingegneria sismica. Soprattutto negli Stati Uniti, si sono tentati approcci rivolti ai professionisti, ritenendo tali procedure uno strumento semplice e rapido per la verifica della resistenza sismica di edifici ed altre strutture civili. A differenza dell'analisi basata sullo spettro di risposta (Response Spectrum Analysis, RSA), i metodi POA e CSM non hanno ancora una base

teorica univoca per cui sono usate ed accettate procedure differenti che conducono a risultati sostanzialmente diversi tra loro pur se applicate sulla medesima struttura.

La POA si basa sulla definizione di profili di sollecitazione (forza, spostamento) assegnati alla struttura e mantenuti inalterati anche in presenza di notevoli escursioni plastiche. Il metodo ha avuto origine da strutture ad un grado di libertà (ove esiste una relazione univoca tra i due enti citati) e in seguito, per analogia, si è esteso anche a strutture a più gradi di libertà ed in particolare a quelle intelaiate. In tale campo il metodo è stato applicato da vari autori che ne hanno sottolineato le particolarità, giungendo a conclusioni di carattere comune (Krawinkler & Seneviratna 1998), (Albanesi 2001) ed avendo come riferimento la tradizionale RSA (Priestley 2000).

È noto che la RSA è accurata e coerente finché il comportamento della struttura rimane elastico. L'uso della RSA in campo non lineare, accoppiata con i fattori di comportamento suggeriti nei principali codici internazionali (come l'Eurocodice 8), si è dimostrato soddisfacente e generalmente conservativo (Pinto, Verzelletti, Pegon, Magonette, Negro & Guedes 1996), (Pinto 1998). Conclusioni simili non si possono trarre per la POA la cui base teorica risiede in modelli non lineari mentre l'input è di carattere semplificato ed ha lo scopo di stimare la resistenza e la duttilità ultime dato un meccanismo di collasso fissato a priori secondo varie opzioni.

Si ricorda che la norma italiana (D.M. 16.01.1996) fornisce, di fatto, una procedura elastica a profilo di forze imposto con controllo a valle degli spostamenti. Infatti l'analisi statica equivalente definisce, come noto, una distribuzione  $\gamma_i$  di forze legata ai pesi sismici di piano  $W_j$ :

$$\gamma_i = h_i \frac{\sum_{j=1}^n W_j}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \quad (1)$$

ed il controllo degli spostamenti viene effettuato amplificando di un fattore  $\lambda$  (funzione dello stato limite considerato, di esercizio o ultimo) gli spostamenti elastici (statici  $\eta_p$  e dinamici orizzontali  $\eta_h$  e verticali  $\eta_v$ ) e confrontandoli, per il tramite di un fattore di riduzione  $\chi$ , con una percentuale  $\xi$ , definita a priori, dell'altezza totale o di interpiano:

$$\eta_p \pm \lambda \sqrt{\eta_h^2 + \eta_v^2} \leq \xi \chi h \quad (2)$$

Riconoscendo l'efficacia di un approccio che riduce la soluzione del problema dinamico a quella semplificata di un problema non lineare ad un grado di libertà, si è sviluppato il CSM (ATC 1996), (FEMA 1997). Tale metodo individua il punto di funzionamento di una struttura come intersezione della sua Curva di Capacità (CC) con lo spettro di risposta, ridotto in funzione delle caratteristiche evolutive di dissipazione isteretica. L'accoppiamento tra le due procedure può assumere maggiore efficienza qualora siano entrambe adattive. Ciò ha condotto vari ricercatori a proporre formulazioni alternative per la CC che si riflettono sui risultati del CSM.

L'utilizzo di procedure adattive, a spostamenti o forze imposte, altera di fatto la semplicità e l'efficienza formale dei metodi di spinta; tale alterazione appare plausibile ed accettabile qualora il criterio ricorsivo sia di semplice applicazione e conduca a risultati più affidabili.

Alla luce delle notevoli differenze di risultato che si possono ottenere con gli approcci in spostamento ed in forza per la medesima struttura, pur utilizzando lo stesso codice di calcolo, si propone una procedura alternativa che contempera l'esigenza della semplicità d'approccio con l'affidabilità dei risultati. Considerato che nelle procedure correnti si ignora, tra gli enti dinamici, la velocità e quindi i contributi energetici ad essa associati, la procedura proposta (Petrangeli & Albanesi, in stampa) si basa su criteri di equivalenza energetica e, a giudizio degli Autori, consente di superare alcune delle debolezze proprie dei classici POA e CSM. La procedura consente di definire un'analisi di spinta adattiva in cui il profilo di spostamento viene modificato al passo per tenere conto della risposta non lineare della struttura.

Il presente lavoro si articola in tre fasi distinte. Nella prima sono brevemente richiamati i criteri alla base del POA a profilo di spostamenti e di forze imposto. Nella seconda fase si presenta l'approccio basato sull'energia descrivendone le condizioni d'equilibrio energetico. Nella terza fase, infine, si discute la procedura adattiva utile a ridurre l'approccio energetico ad uno quasi-statico. Si riportano applicazioni dei vari approcci a due strutture di studio, scelte per la loro particolare conformazione (Albanesi, Nuti & Vanzi 2000), (Attolico, Biondi, Nuti & Petrangeli 2000), e se ne discutono le differenze tessendo confronti con i metodi tradizionali.

Il nuovo metodo rappresenta un sicuro miglioramento in termini di qualità della risposta stimata. Si ritiene opportuno approfondirne la portata con una più significativa serie di indagini numeriche, anche al fine di proporre utili criteri normativi per l'applicazione delle POA nell'analisi di strutture di uso corrente. Ciò è di particolare rilievo se si tiene conto che, nella normativa italiana attuale, sono stati introdotti criteri di controllo e verifica della distribuzione delle deformazioni in elevazione che risultano, nella maggior parte dei casi, più severi delle limitazioni associate ad analisi (dinamica o statica) a controllo di sollecitazione.

## 2 ANALISI DI SPINTA

### 2.1 *Analisi di spinta a profilo di spostamenti imposto*

Dal punto di vista computazionale, la forma più conveniente di POA è quella basata sugli spostamenti dove un profilo, definito a priori, viene applicato incrementalmente alla struttura. Dal punto di vista analitico la distribuzione  $\mathbf{D}$  degli spostamenti è definita tramite uno scalare  $\alpha$  che moltiplica una funzione di forma  $\mathbf{d} = (d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n)^T$  nel modo seguente:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{d} \quad (3)$$

Il collasso strutturale, in termini di spostamento ultimo, è generalmente definito come il superamento di valori di soglia per specificate deformazioni locali. Con modelli a plasticità concentrata ("lumped plasticity models") si adotta come valore ultimo quello della curvatura plastica di cerniera (o di sezione) mentre, con modelli a fibre a due o tre dimensioni (Petrangeli, Pinto & Ciampi 1999), il valore ultimo può essere definito in termini di massima deformazione dei materiali costituenti. In tal caso il controllo è locale e si omettono verifiche estese all'elemento strutturale e valutazioni di accettabilità di sconnessioni locali in relazione alla stabilità globale. Solo modelli più sofisticati, non di uso corrente, permettono di valutare il collasso locale come frutto dello scorrimento o dell'instabilità delle barre d'armature o del collasso fragile per taglio (Li, Ozbolt & Eligehausen 1998), (Cervenka 1998), (de Borst, Geers, Kuhl & Peerlings 1998).

Dato un profilo di spostamenti è necessario trasformare la risposta forza - spostamento in una relazione scalare, in pratica la curva di capacità. L'approccio più coerente è quello di un bilancio energetico tra la risposta del sistema MDOF e quella dell'oscillatore semplice equivalente:

$$\mathbf{F}^T \mathbf{D} = \alpha \mathbf{F}^T \mathbf{d} = P U \quad (4)$$

dove  $\mathbf{F} = (F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n)^T$  è il vettore delle forze di piano associato al vettore degli spostamenti di piano  $\mathbf{D}$  e  $P$ ,  $U$  sono i valori scalari equivalenti.

Nel risolvere la (4) rispetto a  $P$  o  $U$ , può essere conveniente porre una delle due grandezze uguale ad una dimensione fisica facilmente riconoscibile e misurabile. Scalando  $\mathbf{d}$  in modo che il massimo spostamento di piano sia unitario ( $\mathbf{d} = \mathbf{d} / d_{max}$ ), si può ricavare la seguente relazione scalare tra il massimo spostamento strutturale e la corrispondente forza generalizzata:

$$U = \alpha = D_{max} \rightarrow P = \mathbf{d}^T \mathbf{F} \quad (5)$$

Può essere conveniente assumere  $P$  come taglio alla base, cioè la somma di tutte le forze di piano; indicando con  $\mathbf{S} = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$  l'operatore somma si ha:

$$P = \mathbf{S}^T \mathbf{F} \rightarrow U = \alpha \mathbf{d}^T \mathbf{F} / (\mathbf{S}^T \mathbf{F}) \quad (6)$$

La coppia di variabili più intuitiva, da adottare per definire la CC, è quella taglio alla base - spostamento al  $j$ -esimo piano (in genere quello di sommità); in tale caso si ha:

$$U = D_j \rightarrow P = \mathbf{S}^T \mathbf{F} \quad (7)$$

Quest'ultimo approccio non soddisfa ovviamente l'equivalenza energetica espressa dalla (4), ma ha il pregio di indicare le due grandezze di maggiore entità in un'analisi di spinta monotona.

### 2.2 *Analisi di spinta a profilo di forze imposto*

Imponendo un profilo di forze di piano,  $\mathbf{F}$ , definito con la funzione di forma  $\mathbf{f} = (f_1 \ f_2 \ \dots \ f_j \ \dots \ f_n)^T$  moltiplicata per un fattore scalare,  $\beta$ , si ottiene:

$$\mathbf{F} = \beta \mathbf{f} \quad (8)$$

Il vettore di forma, se non definito diversamente, è in genere assunto coincidente con la prima forma modale. Si noti come la forma scelta possa essere calcolata con rigidezza elastica iniziale o per un dato livello di danno usando la corrispondente rigidezza tangente o secante. Scelto il profilo di forze, si deve trasformare la risposta forza-spostamento in una relazione scalare; imponendo di nuovo l'equivalenza energetica si ricava:

$$\mathbf{F}^T \mathbf{D} = \beta \mathbf{f}^T \mathbf{D} = P U \quad (9)$$

dove  $\mathbf{D} = (D_1 D_2 \dots D_j \dots D_n)^T$  è il vettore degli spostamenti di piano associato al vettore delle forze di piano  $\mathbf{F}$  e  $P$ ,  $U$  i valori scalari equivalenti. Similmente all'approccio basato sugli spostamenti, scegliendo  $U$  uguale al massimo spostamento strutturale, la (9) conduce a:

$$U = D_{max} \rightarrow P = \frac{\beta}{D_{max}} \mathbf{f}^T \mathbf{D} \quad (10)$$

Se si assume  $P$  uguale al taglio alla base cioè alla somma delle forze di piano, si ottiene:

$$P = \mathbf{S}^T \mathbf{F} = \beta \mathbf{S}^T \mathbf{f} \rightarrow U = \frac{\mathbf{f}^T \mathbf{D}}{\mathbf{S}^T \mathbf{f}} \quad (11)$$

Infine, anche nell'approccio in forza, trascurando l'equivalenza energetica (9), può interessare il legame taglio alla base - spostamento di piano come nella (7).

In questo caso possono essere utili procedure adattive che possono ricavarsi senza scrivere esplicitamente la matrice di rigidezza, qualora s'ipotizzi un approccio con il valore secante. Dato un valore di controllo dello spostamento al piano  $k^{esimo}$  ( $D_k = D^*$ ), si deve imporre che sia rispettata la condizione  $\mathbf{F}^s = \lambda \mathbf{M} \mathbf{D}^s$  con  $D_k^s = D^*$  ove l'apice  $S$  ricorda appunto l'approccio secante. Tale relazione può essere risolta in modo iterativo a partire da una forma predefinita come, ad esempio l'elastica. Una procedura a spostamenti controllati conduce al passo  $i^{esimo}$  alla seguente relazione (con  $j = 1, 2, \dots, n$  indice di piano) in funzione delle masse di piano:

$$D_{j,i}^s = D_k^s \frac{M_k F_{j,i-1}^s}{M_j F_{k,i-1}^s} \quad (12)$$

Con la (12) si calcolano gli spostamenti di piano in base alle forze al passo  $i-1$ , imponendo questi spostamenti nel modello, si trovano le forze corrispondenti secondo la  $F_{j,i}^s = F(D_{j,i})$ .

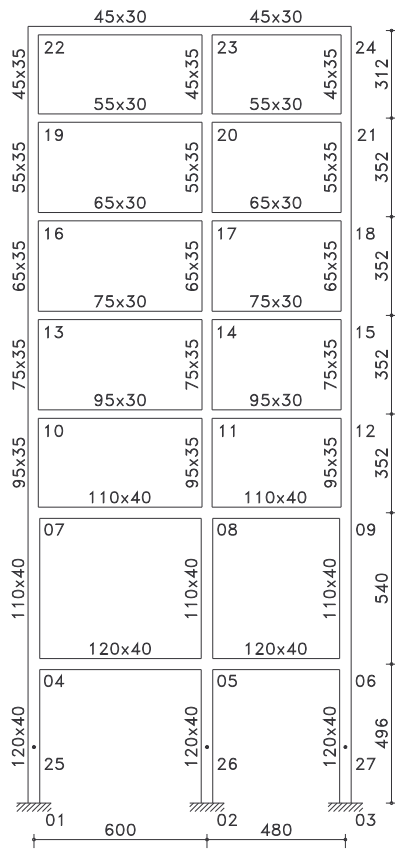
I risultati sono differenti secondo il livello di danneggiamento della struttura cui si fissa il valore secante, atteso che la procedura ha la sua utilità per strutture plasticizzate.

### 2.3 Casi di studio: analisi di spinta

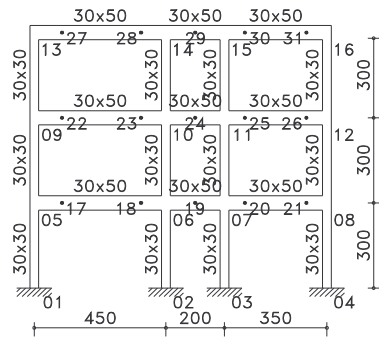
Sono state scelte due strutture a telaio in cemento armato la cui geometria e disposizione delle armature sono mostrate in Figura 1. Il primo è un telaio "alto" di 7 piani e 2 campate, progettato senza concetti di Capacity Design, mentre il secondo è un telaio "basso" di 3 piani e 3 campate, progettato secondo la norma sismica attuale. In (Albanesi, Nuti & Vanzi 2000) si hanno ulteriori dettagli per il telaio alto. Nel seguito si riportano le loro curve di capacità.

Si sono eseguite POA in forza e spostamento con elementi di trave a fibre 2D, basati sull'equilibrio, imponendo profili di "carico" proporzionali alla prima forma modale delle due strutture (Figura 2). L'analisi sono state interrotte ad uno spostamento in sommità di  $0,80 m$  (pari a circa il 3% dell'altezza) per il telaio alto ed a  $0,23 m$  per quello basso (pari a circa il 2.5%). Si tralascia la discussione delle corrispondenti deformazioni e curvature locali, si sottolinea solamente che gli spostamenti massimi cadono entro limiti ragionevoli per le due strutture e non lontani da quelli ultimi convenzionalmente assunti in presenza di analisi da norma.

Analizzando le strutture con RSA (Eurocodice 8) con  $PGA = 0.10 g$ , si ottengono al primo modo  $S_a^{(1)} = 0.042 g$  per il telaio alto (con fattore di struttura  $q=2$ ,  $T_1 = 1.81 s$ ) e  $S_a^{(1)} = 0.050 g$  per il basso ( $q=5$ ,  $T_1 = 0.42 s$ ); e rispettivamente i seguenti valori globali {spostamento in sommità, taglio alla base}:  $\{48 mm, 158 kN\}$  e  $\{3.4 mm, 38 kN\}$ . Nel caso di analisi statica, (1), (I categoria  $CR = 0.098$  per il telaio alto con  $T_o = 0.83 s$  e  $0.100$  per quello basso con  $T_o = 0.28 s$ ) si ottengono i tagli alla base  $\{480 kN\}$  e  $\{82 kN\}$ . Infine utilizzando la (2) con RSA si ottengono valori di spostamento allo stato limite ultimo di  $\eta_u = 432 mm$  e  $30.6 mm$ , valori minori di quelli di arresto della POA a differenza dei tagli elastici di normativa che possono essere anche maggiori e quindi addirittura fuorvianti rispetto le reali caratteristiche della struttura.



Pilastrì		Travi	
elem.	armatura	elem.	Armatura
01-25	46Ø16	04-05 sup:	2Ø12+18Ø16
02-26	46Ø16	05-06 inf:	2Ø12+8Ø16
03-27	46Ø16	06-07 sup:	2Ø12+18Ø16
25-04	18Ø16	07-08 inf:	2Ø12+8Ø16
26-05	22Ø16	08-09 sup:	2Ø12+18Ø16
27-06	18Ø16	09-10 inf:	2Ø12+8Ø16
04-07	18Ø16	13-14 sup:	2Ø12+11Ø16
05-08	22Ø16	14-15 inf:	2Ø12+5Ø16
06-09	18Ø16	16-17 sup:	2Ø12+9Ø16
07-10	18Ø16	17-18 inf:	2Ø12+8Ø16
08-11	20Ø16	19-20 sup:	2Ø10+8Ø12
09-12	18Ø16	20-21 inf:	2Ø10
10-13	14Ø16	22-23 sup:	2Ø10+7Ø12
11-14	18Ø16	23-24 inf:	2Ø10
12-15	14Ø16		
13-16	12Ø16		
14-17	14Ø16		
15-18	12Ø16		
16-19	8Ø16		
17-20	8Ø16		
18-21	8Ø16		
19-22	6Ø16		
20-23	6Ø16		
21-24	6Ø16		



Pilastrì		Travi			
elem.	armatura	elem.	armatura	elem.	armatura
01-05	4Ø18	05-17		19-07	sup: 2Ø12+2Ø18
02-06	4Ø18	09-22	sup: 2Ø12+2Ø18	24-11	sup: 2Ø12+2Ø18
03-07	4Ø18	13-27	inf: 2Ø12+2Ø18	29-15	inf: 2Ø12
04-08	4Ø18	17-18		07-20	sup: 2Ø12+1Ø18
05-09	4Ø18	22-23	sup: 2Ø12	11.25	sup: 2Ø12+1Ø18
06-10	4Ø18	27-28	inf: 2Ø12+3Ø18	15-30	inf: 2Ø12+1Ø18
07-11	4Ø18	18-06		20-21	sup: 2Ø12
08-12	4Ø18	23-10	sup: 2Ø12+2Ø18	25-26	sup: 2Ø12
09-13	4Ø18	28-14	inf: 2Ø12+1Ø18	30-31	inf: 2Ø12+2Ø18
10-14	4Ø18	06-19		21-08	sup: 2Ø12+1Ø18
11-15	4Ø18	10-24	sup: 2Ø12+3Ø18	26-12	sup: 2Ø12+1Ø18
12-16	4Ø18	14-29	inf: 2Ø12	31-16	inf: 2Ø12+1Ø18

Figura 1. Geometria e disposizione delle armature nei casi di studio: (a) telaio alto, progettato con norma sismica non recente, (b) telaio basso, progettato con la norma sismica attuale.

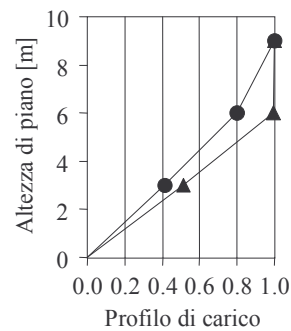
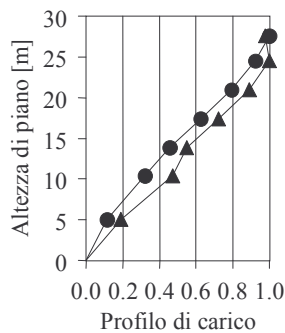


Figura 2. Profili di forze (F) e spostamenti (D): (a) telaio alto; (b) telaio basso. —▲— F —●— D

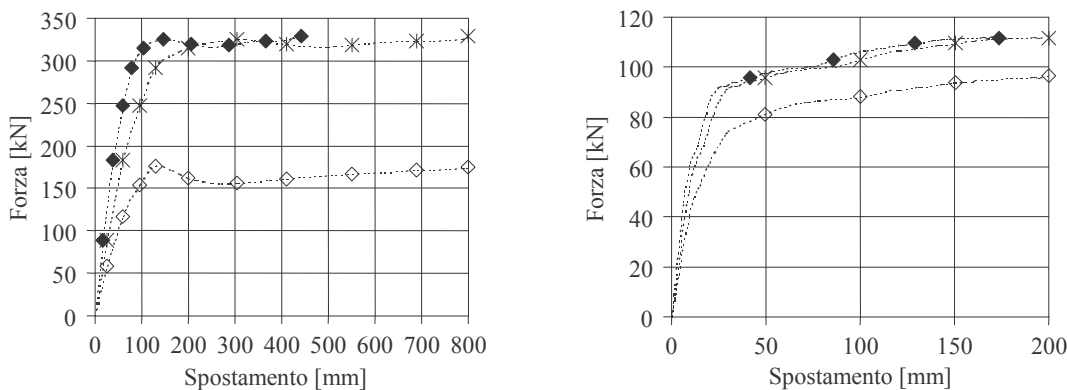


Figura 3. POA basata sugli spostamenti: (a) telaio alto; (b) telaio basso. -◇- (5) -◆- (6) -✱- (7)

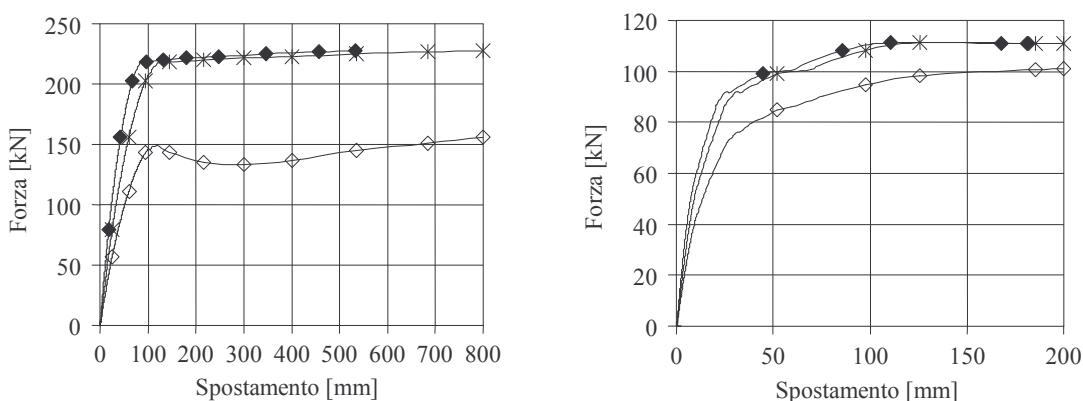


Figura 4. POA basata sulle forze: (a) telaio alto; (b) telaio basso. -◇- (10) -◆- (11) -✱- (7)

Le curve di capacità ricavate con spostamento massimo-forza generalizzata (5), spostamento generalizzato-taglio alla base (6) e spostamento in sommità-taglio alla base (7) sono diagrammate in Figura 3. Mentre le (5) e (6) forniscono la stessa dissipazione di energia, con le ipotesi della (7) se ne ottiene una maggiore. I risultati delle analisi a forze imposte sono mostrati in Figura 4. Anche le (10) e (11), duali delle (5) e (6), forniscono la stessa dissipazione di energia.

Appare interessante tornare al confronto con i dati di normativa. Con POA in forza e spostamento, nel caso del telaio alto, il taglio alla base è pari rispettivamente a  $\{227 \text{ kN}\}$  e  $\{328 \text{ kN}\}$ ; per il telaio basso il valore è  $\{112 \text{ kN}\}$  in entrambi i casi. Nel caso del telaio alto, il rapporto dei tagli alla base tra le due procedure di spinta è circa 0.7 ed utilizzando l'una o l'altra, si supera il valore ottenuto con RSA ma si hanno valori assai minori di quello con analisi statica. Considerando lo spostamento in sommità di 48 mm, ottenuto con RSA il POA in forza fornisce un taglio alla base di 155 kN e quello in spostamento 133 kN, valori assai vicini a 158 kN di RSA.

### 3 APPROCCIO BASATO SULL'ENERGIA ALL'ANALISI DI SPINTA

Le analisi di spinta basate sulle forze e sugli spostamenti, descritte in precedenza, richiedono due passaggi che sono soggetti alle seguenti osservazioni critiche:

- i profili di forza/spostamento imposti, pur basati su analisi modali od osservazioni sperimentali, non sono capaci di simulare il comportamento di tutte le strutture durante la storia fino al collasso. Il rischio è che, imponendo il profilo di spostamenti, si sottostimi la localizzazione del danno, mentre imponendo il profilo di forze si trascuri la capacità della struttura di ridistribuire le sollecitazioni e di dissipare energia;
- lo smorzamento equivalente usato per scalare lo spettro in spostamento è ottenuto con notevole grado di approssimazione essendo generalmente ricavato dall'energia dissipata ottenuta dalla risposta monotona forza-spostamento della struttura.

Una discussione più ampia di tali questioni si ha in (Freeman 1978), (Priestley 1998), (Fajfar 1999), (Krawinkler & Seneviratna 1998), (Chopra & Goel 1999), (Albanesi 2001).

Nell'approccio in energia, al fine di individuare il cosiddetto punto di funzionamento, non c'è bisogno di ridurre la struttura ad un modello ad un grado di libertà. La procedura è la seguente:

- si definisce la risposta in forma per la struttura come negli approcci in forza/spostamento. Questa forma può essere il primo modo o qualunque altra distribuzione che rappresenti un comportamento dinamico della struttura ritenuto significativo;
- si assume a priori uno smorzamento efficace di progetto indipendente dall'analisi di spinta;
- si calcola un iniziale profilo di velocità in base alla suddetta forma di risposta ed allo Spettro di Risposta scalato con lo smorzamento efficace di progetto tramite un'espressione del tipo:

$$v_i = \phi_i \mu E = \phi_i \Gamma S_v \quad \mu = \sum_{j=1}^n M_j \phi_j \quad (13)$$

dove  $E = \alpha M S_v$  rappresenta l'energia, associata alla funzione di forma scelta  $\phi$  fornita alla struttura di massa  $M$  dallo spettro di risposta in velocità  $S_v$  con fattore di partecipazione  $\Gamma$ ;

- si esegue un'analisi dinamica lasciando che la struttura si deformi per effetto del profilo di velocità iniziale. La struttura è libera di deformarsi e dissipare l'energia cinetica costruita in accordo con lo Spettro di Risposta scelto.

Il metodo impiega lo stesso modello numerico richiesto per le POA basate sulle forze/spostamenti. Sebbene sia richiesto un iniziale profilo di energia (velocità), la struttura può auto adattare la risposta in base alle sue proprietà non lineari ed inerziali.

Per lo smorzamento, il metodo distingue tra lo smorzamento efficace agente durante la risposta preliminare della struttura e lo smorzamento isteretico (equivalente) che si determina durante l'analisi di spinta. Il primo smorzamento è lo "smorzamento di progetto" per il quale ci si può riferire ai codici (Eurocode 8 1994) e con il quale viene definito il profilo iniziale di velocità. Il secondo dipende dalla storia di risposta e dalla sua capacità di dissipare energia della struttura, di cui si può tenere conto in una procedura di tipo adattivo. Lo smorzamento di progetto ha una rilevanza fondamentale nella definizione del profilo di velocità iniziale; la sua scelta assume quindi un'importanza pari alla cura da porre nella definizione del modello di elemento e delle condizioni di crisi locale e globale.

### 3.1 Casi di studio: analisi di spinta basata sull'energia

Con riferimento ai due telai descritti in precedenza, il metodo di analisi di spinta in energia è stato utilizzato con nove differenti profili di velocità iniziale ottenuti in accordo con lo Spettro di Risposta variando lo smorzamento (5%, 10% e 15%) ed il picco di accelerazione al suolo (PGA pari a 0.10 g, 0.20 g e 0.30 g). I profili di velocità determinati con la (13) sono proporzionali a quelli in spostamento di Figura 2. Le riposte taglio alla base – spostamento in sommità con smorzamento di progetto del 5% sono mostrate in Figura 5.

Mentre per il telaio basso i modi superiori sono poco significativi e la risposta è molto simile a quella trovata con la POA basata sulle forze e sugli spostamenti indipendentemente dal picco di accelerazione al suolo, per il telaio alto l'interazione tra i vari modi porta a notevoli differenze nel taglio alla base. In sostanza, per tale struttura, un POA classico è inefficace.

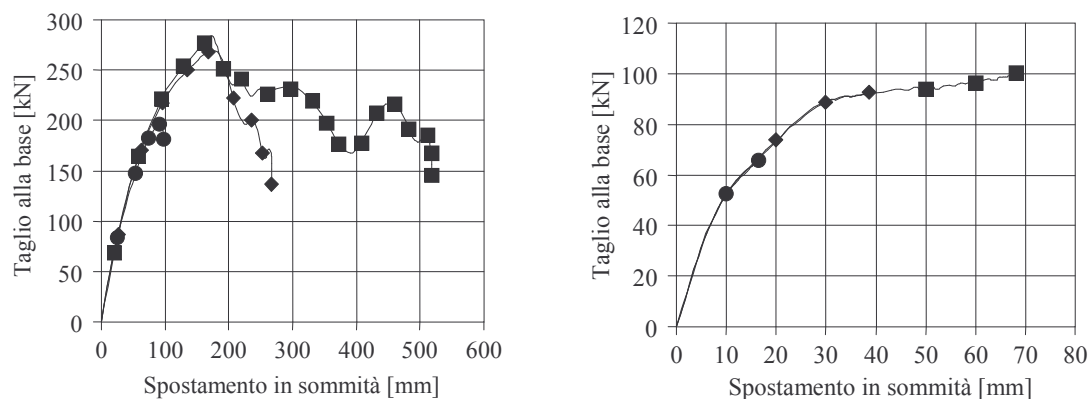


Figura 5. POA basato sull'energia per diversi PGA e smorzamento  $\nu=5\%$ : (a) telaio alto; (b) telaio basso.

● 0.10 g    ◆ 0.20 g    ■ 0.30 g

### 3.2 Influenza delle procedure di spinta sul metodo dello spettro di capacità

Con i vari metodi si sono calcolati gli spostamenti massimi per i tre livelli di PGA. Tali spostamenti si confrontano con i risultati ottenuti d'analisi dinamica (integrazione diretta di un insieme di registrazioni al suolo compatibili con spettro EC8, scalate al corrispondente PGA) e da RSA.

Per la POA basata sull'energia (E.B.) i massimi spostamenti in sommità si ottengono direttamente dalle analisi mentre per le POA in forza e spostamento si calcolano tramite il CSM. Il CSM richiede che le CC diagrammate in Figura 3 e Figura 4 siano trasformate nel formato Accelerazione Spettrale ( $S_a$ ) – Spostamento Spettrale ( $S_d$ ). Le equazioni di trasformazione per spostamento e forza generalizzata, con  $\Gamma$  fattore di partecipazione modale  $\Gamma = (S^T M d)/(d^T M d)$ :

$$U = S_d \Gamma \quad P = S_a \Gamma d^T M d \quad (14)$$

Usando la curva di capacità trovata con le (5) e (10) si può scrivere:

$$S_d = \frac{U}{\Gamma} \quad S_a = \frac{P}{\Gamma d^T M d} = \frac{P}{S^T M d} \quad (15)$$

Le (6) e (11) diventano invece:

$$S_d = \frac{U S^T F}{\Gamma d^T F} \quad S_a = \frac{P}{\Gamma d^T M d S^T F} = \frac{P}{S^T M d S^T F} \quad (16)$$

Le curve di capacità ottenute con le (5) e (6) così come quelle con le (10) e (11) coincidono rigorosamente tra loro. Espressioni differenti si ottengono invece con le curve ottenute dalla (7):

$$S_d = \frac{U}{\Gamma} \quad S_a = \frac{S^T F}{\Gamma S^T M d} = \frac{P}{\Gamma S^T M d} \quad (17)$$

#### 3.2.1 Due casi studiati: metodo dello spettro di capacità

Le 4 differenti curve (equazioni (5) e (6), (10) e (11), (7) basata su spostamenti e forze) trasformate nel formato spettrale usando le (15) - (17) sono diagrammate in Figura 6 insieme con lo spettro elastico scalato ad un PGA di 0.10 g, 0.20 g e 0.30 g.

Usando queste curve di capacità ed uno spettro di risposta EC8 in una procedura standard CSM come descritto in (Albanesi, Nuti & Vanzi 2000), si ricava una previsione dello spostamento per i due telai da cui si possono calcolare le forze di piano e gli spostamenti di interpiano.

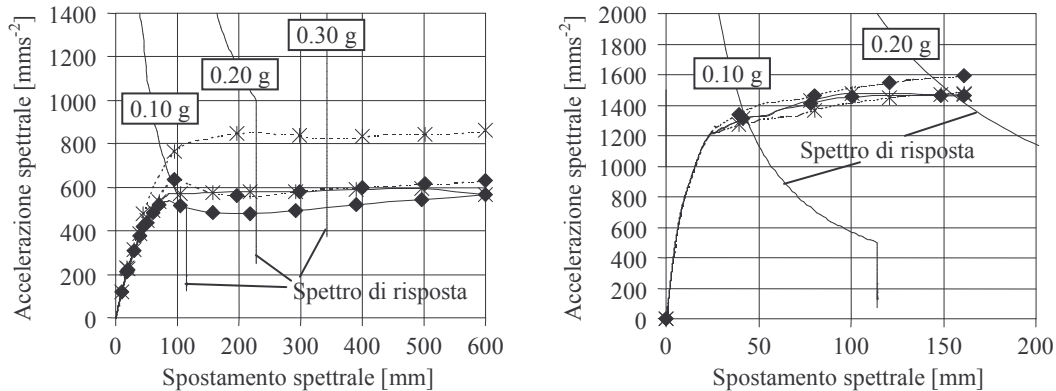


Figura 6. Curve di capacità e spettri di risposta nel formato spettrale: (a) telaio alto; (b) telaio basso.

POA in spostamento: -◆- (15)-(16) -\*- (17)  
POA in forza: -◆- (15)-(16) -\*- (17)

#### 3.2.2 Due casi studiati: confronto tra i metodi

I risultati in spostamento massimo e taglio alla base sono in Tabella 1 (con D la POA in spostamento, F in forza e le varie formule (5)-(11)). Per le nove analisi dinamica si fornisce la media e la varianza (tra parentesi). Per la RSA si mostra tra parentesi il taglio del primo modo; nel caso del telaio basso, tale taglio è sostanzialmente coincidente con quello globale. Le analisi RSA sono state effettuate assumendo un amplificatore di accelerazione  $\beta_0=2.5$  e trascurando il fattore di struttura  $q$ , quindi considerando impropriamente strutture perfettamente elastiche.



PGA	0.10 g		0.20 g		0.30 g	
	$D_{t,max}$ [mm]	$V_{max}$ [kN]	$D_{t,max}$ [mm]	$V_{max}$ [kN]	$D_{t,max}$ [mm]	$V_{max}$ [kN]
Dinamica (Int. Dir.)	67 (±18)	187 (±21)	153 (±47)	283 (±28)	195 (±83)	329 (±33)
Spettro di risposta	96	362 (315)	192	723 (630)	288	1085 (946)
CSM [D – (5), (6)]	72	208	137	299	187	309
CSM [D – (7)]	71	207	134	296	187	309
CSM [F – (10), (11)]	73	176	129	218	180	219
CSM [F – (7)]	72	176	131	218	192	220
E.B. POA ( $\nu=5\%$ )	97	197	268	269	519	283
E.B. POA ( $\nu=10\%$ )	71	166	171	246	339	276
E.B. POA ( $\nu=15\%$ )	58	146	133	226	250	266
Dinamica (Int. Dir.)	13 (±1)	60 (±2)	40 (±5)	95 (±3)	61 (±7)	102 (±5)
Spettro di risposta	17	190 (189)	33	379 (377)	50	569 (566)
CSM [D – (5), (6)]	21	79	43	95	73	100
CSM [D – (7)]	22	78	42	94	72	99
CSM [F – (10), (11)]	21	80	43	96	73	102
CSM [F – (7)]	21	80	43	96	73	102
E.B. POA ( $\nu=5\%$ )	16	66	39	93	68	100
E.B. POA ( $\nu=10\%$ )	12	56	27	87	46	95
E.B. POA ( $\nu=15\%$ )	10	50	22	78	37	92

Tabella 1. Confronto tra i differenti metodi: (a) telaio alto, (b) telaio basso.

Per una maggiore chiarezza dei risultati di Tabella 1 si ricorda che RSA e CSM sono stati eseguiti usando uno spettro di risposta elastico EC8 con accelerazione di risposta, corrispondente ad un PGA di 0.10 g, pari a 0.083 g e 0.25 g rispettivamente per il telaio alto e basso sempre con riferimento al primo modo. Il fattore di riduzione spettrale usato per tenere conto dello smorzamento variabile è stato calcolato usando la nota espressione  $\zeta = \sqrt{(2 + \nu) / 7}$ .

Sulla scorta di ciò, si possono fare le seguenti valutazioni:

- CSM fornisce spostamenti massimi in ragionevole accordo con la media dei valori massimi ottenuti con le analisi dinamiche, sebbene i valori della varianza sono significativi.
- CSM ignora i modi superiori. Per telai alti questo induce una sottostima del taglio alla base qualora l'analisi di spinta sia a forze imposte.
- CSM sovrastima la riduzione in frequenza dovuta alla plasticizzazione della struttura. Il periodo corrispondente al punto di funzionamento, così ottenuto, è quindi un limite superiore. Per telai bassi questo può condurre ad una sovrastima dello spostamento massimo.
- Differenti definizioni di CC non influenzano particolarmente il risultato del CSM. Questo accade o perché la risposta si situa nel campo di uguale spostamento (strutture alte e flessibili) o perché le CC sono ad una sola forma modale dominante (strutture basse o particolari strutture con masse concentrate quali pile da ponte).
- La POA basata sull'energia fornisce una stima coerente della risposta strutturale riguardo ad entrambi gli enti significativi (spostamento massimo e taglio alla base). La calibrazione dello smorzamento di progetto, da assumere nella definizione del modo di riferimento, garantisce una congrua valutazione delle caratteristiche non lineari della struttura stessa.

#### 4 ANALISI DI SPINTA QUASI-STATICA BASATA SULL'ENERGIA

La POA basata sull'energia richiede l'integrazione diretta delle equazioni del moto non disponibile in tutti i codici agli elementi finiti. Per superare tale problema, si deriva una procedura statica equivalente che usa la stessa analisi al passo delle precedenti POA. La procedura è simile ad una pseudo-dinamica sebbene basata su assunzioni semplificate.

L'equazione del moto è la seguente, ove  $t$  è il tempo:

$$F = -M \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \quad (18)$$

Fatta la seguente assunzione  $\mathbf{D}(t) = \alpha \mathbf{d}(t) \sin(\omega t)$  ove  $\mathbf{d}(t) = (d_1(t) \ d_2(t) \ \dots \ d_n(t))^T$  è il vettore degli spostamenti di piano all'istante  $t$ ,  $\omega$  la pulsazione ed  $\alpha$  un fattore scalare, la (18) può essere facilmente risolta alle differenze finite:

$$\mathbf{D}_{i+1} = \alpha \mathbf{d}_{i+1} \sin(\omega t_{i+1}) \quad \mathbf{d}_{i+1} = \left[ -\frac{\Delta t^2}{\alpha} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{d}_i - \mathbf{C}_i \mathbf{d}_{i-1} \right] \mathbf{A}_i^{-1} \quad (19)$$

con  $A_i = \sin(\omega t_i) + \gamma \cos(\omega t_i)$ ,  $B_i = (2 + \gamma^2) \sin(\omega t_i)$ ,  $C_i = \sin(\omega t_i) - \gamma \cos(\omega t_i)$ ,  $\omega t_i = i\gamma$  e  $\gamma = \pi/2n$  essendo  $n$  il numero di passi in cui viene eseguita l'analisi.

Il terremoto di progetto è connesso al profilo di velocità  $(\partial \mathbf{D} / \partial t)_o$  al tempo  $t = 0$ :

$$(\partial \mathbf{D} / \partial t)_o = \alpha \omega \mathbf{d}_o = S_v(\omega) \mathbf{d}_o = \omega S_d(\omega) \mathbf{d}_o \quad (20)$$

La (20) stabilisce che il massimo spostamento  $\alpha$  è uguale al corrispondente valore dello spettro di risposta in spostamento, così è per la velocità iniziale rispetto allo spettro in velocità.

All'istante  $i+1 = 1$  (con  $i = 0$ ) si ha  $\mathbf{F}_o = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{D}_o = \mathbf{d}$ ,  $B_o = 0$ ,  $C_o = \gamma$  e  $A_o = \gamma$ . Assumendo  $\mathbf{d}_o = \mathbf{d}_1 = \mathbf{d}$  con  $\mathbf{d}$  uguale, per esempio, al primo autovettore elastico si trova:

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}_0 = \mathbf{d} \rightarrow \mathbf{D}_1 = S_d(\omega) \mathbf{d} \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) \quad : \text{ se } n \gg 1 \rightarrow \mathbf{D}_1 \cong \frac{\pi}{2n} S_d(\omega) \mathbf{d} \quad (21)$$

La (21) mostra che il vettore degli spostamenti di piano iniziale è  $\pi/2n$  volte lo spostamento massimo trovato con lo Spettro di Risposta in spostamento. Un'altra proprietà notevole, sebbene implicita nelle assunzioni del metodo, è che se la struttura rimane elastica e  $\mathbf{d}_o$  coincide con un autovettore, allora  $\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_o$  ( $i=1,2,3, \dots, n$ ).

#### 4.1 Due casi studiati: analisi di spinta adattiva

La procedura iterativa basata sulle (19) fornisce una POA adattiva con controllo in spostamento ed è stata applicata alle due strutture citate, in analisi eseguite con dieci passi.

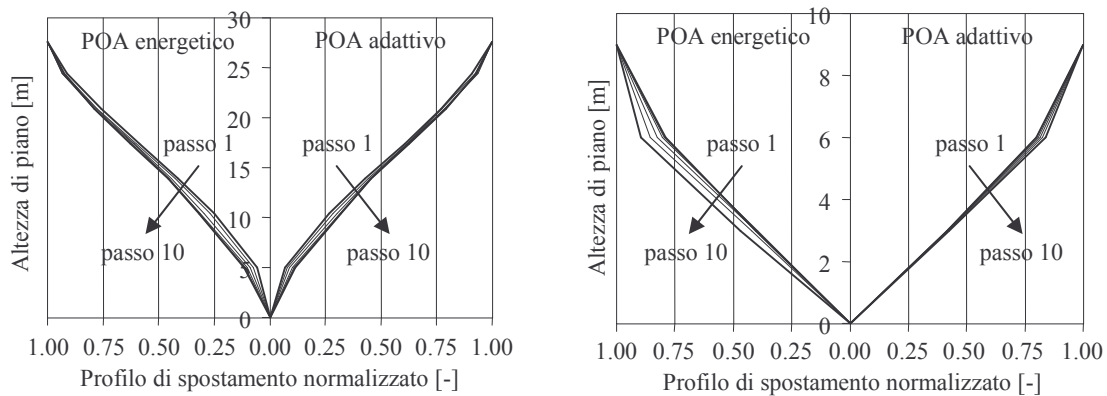


Figura 7. Profili di spostamento normalizzati per i tipi di POA in energia: (a) telaio alto; (b) telaio basso.

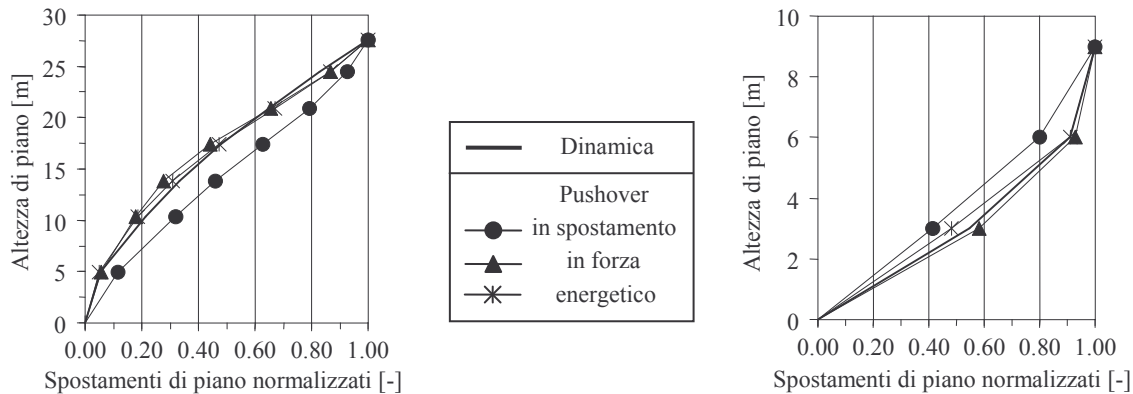


Figura 8. Profili di spostamento normalizzati al massimo spostamento dinamico per  $PGA = 0.30 \text{ g}$ : (a) telaio alto; (b) telaio basso.

I risultati sono in buon accordo con quelli della POA in energia, dimostrando che il metodo proposto è un valido sostituto delle analisi dinamiche e molto efficace per eseguire una POA. La Figura 7 mostra un confronto in termini di profili di spostamento adimensionalizzati. L'“adattamento” degli spostamenti imposti, dovuto alla risposta non lineare della struttura, è evidente e fornisce un approfondimento sulla risposta strutturale sotto forze inerziali. La Figura 8 mostra i profili di spostamento corrispondenti al massimo spostamento dinamico. I profili trovati con la POA basata sull'energia e con quella adattiva sono molto simili per cui si è riportato solo il primo; esso fornisce la migliore stima della deformata dinamica.

La Figura 9 mostra le forze di piano trovate con i differenti metodi. Gli approcci basati sulle forze e sull'energia forniscono risultati migliori di quello in spostamento. In termini di taglio di piano le differenze sono minori. In Figura 10 si confrontano le curve di capacità. Si rileva la necessità di un approccio multimodale per le strutture con modi superiori significativi.

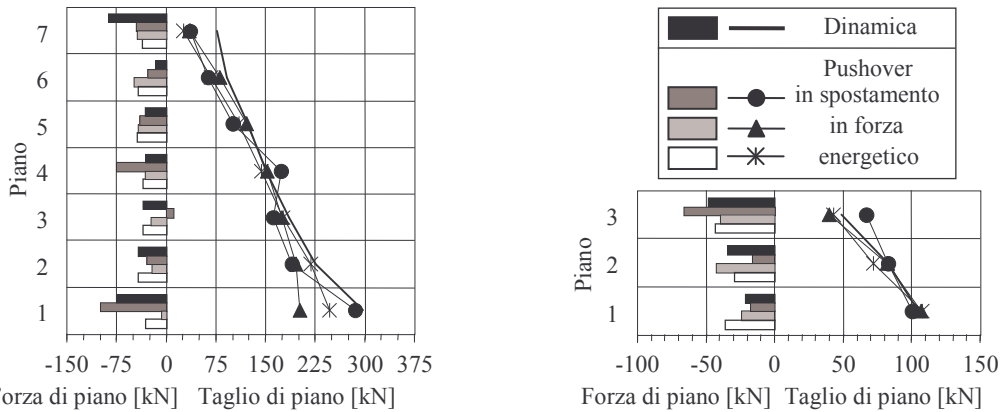


Figura 9. Forze di piano e tagli di piano al massimo spostamento dinamico in sommità per PGA=0.30 g: (a) telaio alto; (b) telaio basso.

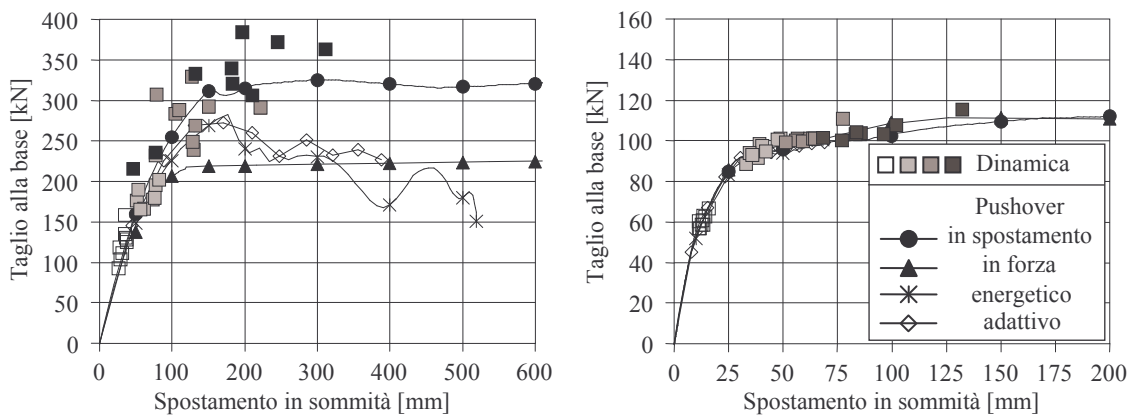


Figura 10. Risposta dinamica contro POA basato sugli spostamenti, sulle forze, sull'energia ed adattivo: (a) telaio alto; (b) telaio basso.

## 5 CONCLUSIONI

Alcune interessanti considerazioni possono essere dedotte dall'analisi della procedura proposta, malgrado il numero ridotto dei casi di studio.

- Le differenze tra analisi di spinta in forze e spostamenti possono essere significative anche nel caso di uso nel CSM. La definizione di smorzamento efficace e della curva di capacità, la sottostima del contributo dei modi superiori nelle POA, mostrano un'influenza rilevante sui risultati finali della valutazione strutturale.
- Procedure di spinta adattive dovrebbero basarsi su parametri energetici (energia cinetica in funzione della risposta non lineare della struttura). In questo il caso, le procedure adattive dipendono dall'intensità dell'input sismico. In altre parole, è impossibile associare un unico

profilo di spostamento e/o forza ad un dato livello di sollecitazione indipendentemente dall'energia immagazzinata nella struttura.

- La POA adattiva basata sull'energia fornisce risultati soddisfacenti in termini sia di distribuzione di forze che di spostamenti. La formula ricorsiva quasi-statica proposta è molto semplice in quanto basata sugli spostamenti ed è coerente con l'equazione del moto. I risultati delle analisi dinamiche e quasi-statica sono in buon accordo tra loro a condizione di una corretta calibrazione dello smorzamento efficace.

Le procedure di analisi di spinta, vista la loro semplicità, possono senza dubbio costituire un buon approccio nella progettazione di strutture di nuova realizzazione o nella valutazione della vulnerabilità di strutture esistenti. Appare utile, per tale motivo, codificarne la loro portata sulla base di una buona quantità di analisi dinamiche non lineari su edifici di varia origine e conformazione. In tale modo la normativa corrente potrà essere arricchita di tale procedura. In particolare l'analisi di spinta in energia appare accurata nei risultati e di applicazione sufficientemente semplice, anche nel caso venga utilizzata nella forma adattiva proposta.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Albanesi, T. 2001. *Metodi statici equivalenti per la valutazione della risposta sismica di strutture intelaiate in c.a.*. Dissertazione finale. Dottorato di Ricerca in Progettazione, Riabilitazione e Controllo delle Strutture Convenzionali ed Innovative, Università degli Studi "G. D'Annunzio", Chieti.
- Albanesi, T., Nuti, C. & Vanzi, I. 2000. A simplified procedure to assess the seismic response of nonlinear structures. *Earthquake Spectra*, 16, (4): 715-734.
- Applied Technology Council. 1996. *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*. Report ATC-40, Redwood City, California.
- Attolico, A., Biondi, S., Nuti, C. & Petrangeli, M. 2000. Influence of buckling of longitudinal rebars in finite element modelling of reinforced concrete structures subjected to cyclic loading. *Proc. 12<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Engrg, Auckland, New Zealand, Jan.-Feb. 2000*. No. 0896. Silverstream: NZSEE
- Commission of the European Communities. 1994. Eurocode 8. Design Provision for Earthquake Resistance of Structures. *ENV 1993-2*, Comité European de Normalization, Brussels.
- Cervenka, V. 1998. Simulation of shear failure modes of R/C structures. *Proc. EURO-C 1998, Badgastein, Austria*. 833-838. Rotterdam: Balkema.
- Chopra, A.K. & Goel, R.K. 1999. *Capacity-demand-diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems*. Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- de Borst, R., Geers, M.G.D., Kuhl, E. & Peerlings, R.H.J. 1998. Enhanced damage models for concrete fracture. *Proc. EURO-C 1998, Badgastein, Austria*. 231-248. Rotterdam: Balkema.
- D. M. LL.PP. 16.01.1996. Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche. *G. U.*, 29, 05.02.1996.
- Fajfar, P. 1999. Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra. *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 28: 979-993.
- Federal Emergency Management Agency. 1997. *NEHRP Provisions for the Seismic Rehabilitation of Buildings - Guidelines*. FEMA 273. Washington, D.C..
- Freeman, S.A. 1978. Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motion. *Proc. Douglas McHenry Intern. Symp. on Concrete and Conc. Structures, Detroit*. 589-605.
- Krawinkler, H. & Seneviratna, G.D.P.K. 1998. Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation. *Engineering Structures*, 20: 452-464.
- Li, Y.J., Ozbolt, J. & Eligehausen, R. 1998. Numerical verification of the new microplane model for concrete. *Proc. EURO-C 1998, Badgastein, Austria*. 127-132. Rotterdam: Balkema.
- Petrangeli, M., Pinto, P.E. & Ciampi, V.A. 1999. Fibre Element for cyclic bending and shear. Part I and II. *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 125, (9): 994-1009.
- Petrangeli, M. & Albanesi, T. An energy based approach to pushover analysis. *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.* (in press).
- Pinto, A.V., Verzelletti, G., Pegon, P., Magonette, G., Negro, P. & Guedes, J. 1996. *Pseudo-Dynamic Testing of Large-Scale R/C Bridges*. Report EUR 16378 EN. Joint Research Centre. Ispra.
- Pinto, A.V. 1998. Introduction to the European research projects in support of Eurocode 8. *Proc. 11<sup>th</sup> Eur. Conf. on Earthquake Engrg, Paris, France, Sept. 1998*. Rotterdam: Balkema.
- Priestley, M.J.N. 1998. Displacement-based approaches to rational limit state design of new structures. *Proc. 11<sup>th</sup> Eur. Conf. on Earthquake Engrg, Paris, France, Sept. 1998*. 317-335. Rotterdam: Balkema.
- Priestley, M.J.N. 2000. Performance based seismic design. *Proc. 12<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Engrg, Auckland, New Zealand, Jan.-Feb. 2000*. No. 2831. Silverstream: NZSEE.

## Analisi di spinta basata su un approccio energetico

T. Albanesi, S. Biondi, M. Petrangeli

*Dipartimento di Progettazione, Riabilitazione e Controllo delle Strutture Architettoniche, Università degli Studi "G. D'Annunzio" di Chieti, Pescara, Italy*

Push over analysis (POA) and Capacity Spectrum Method (CSM) are today very popular among researchers and professional engineers as simple and fast tools to assess seismic resistance of buildings and other civil structures. Contrary to Response Spectrum Analysis (RSA) using modal superposition though, POA and CSM still lack a comprehensive and consistent theoretical framework so that different procedures leading to quite a different results are being used and accepted world-wide. Force and displacement based push over analyses, used to find the Capacity Curve in CSM procedures, are prone to criticisms.

The most commonly used procedures to perform POA have been investigated and compared so as to clarify the difference between Displacement and Force controlled POA and the different definition of the Capacity Curve and its effect on the result of the CSM. Two aspects have to be emphasised. The first is that the imposed force/displacement profile although based on modal analyses or other source of experience and observation seems hardly capable of simulating the behaviour of the structure throughout all the deformation history up to collapse. The risk being that by imposing a displacement profile, strain localisation may be underestimated and that by imposing a force profile the capability of the structure to redistribute forces and energy dissipation is neglected. The second is that the equivalent damping, used to scale the displacement spectrum, is obtained from assumptions and equations containing a degree of approximation since it is generally found from the monotonic force displacement response of the structure.

A simple and effective method to perform POA, which partially overcome these criticisms, can be obtained by using the energy based approach discussed in this paper. In this approach there no need to reduce the structure to a mono-dimensional model (the capacity curve defined via the POA) and then iterate to find the Performance Point scaling the Response Spectrum. The method makes use of the same numerical model required for the force/displacement based POA. Although an initial energy profile is required, the structure can self adjust the response based on its non-linear response and inertial properties. As far as the damping is concerned, the proposed method differentiate between the effective damping acting during the transient response of the structure and the push over analysis where damping due to the structure non-linear response is automatically taken into account. The proposed new approach can be performed either with a dynamic analysis or with a displacement controlled, quasi static procedure, based on a recursive formula which modifies the imposed displacement profile based on the inertial properties and non-linear structural response. A critical review of the POA and CSMs is presented with numerical examples carried out on different reinforced concrete frames, numerically simulated using a state-of-the-art fiber finite element model. Results obtained with different approaches, which stem out the push over analysis, are compared with those found from response spectrum and direct integration analyses. The structures have been also subjected to the adaptive push over analysis and the results are in good agreement with the energy based push over analysis (dynamic) proving the proposed method to be a valid substitute for dynamic analysis and a very effective adaptive method to perform POA.

